

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 06.02.2018

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

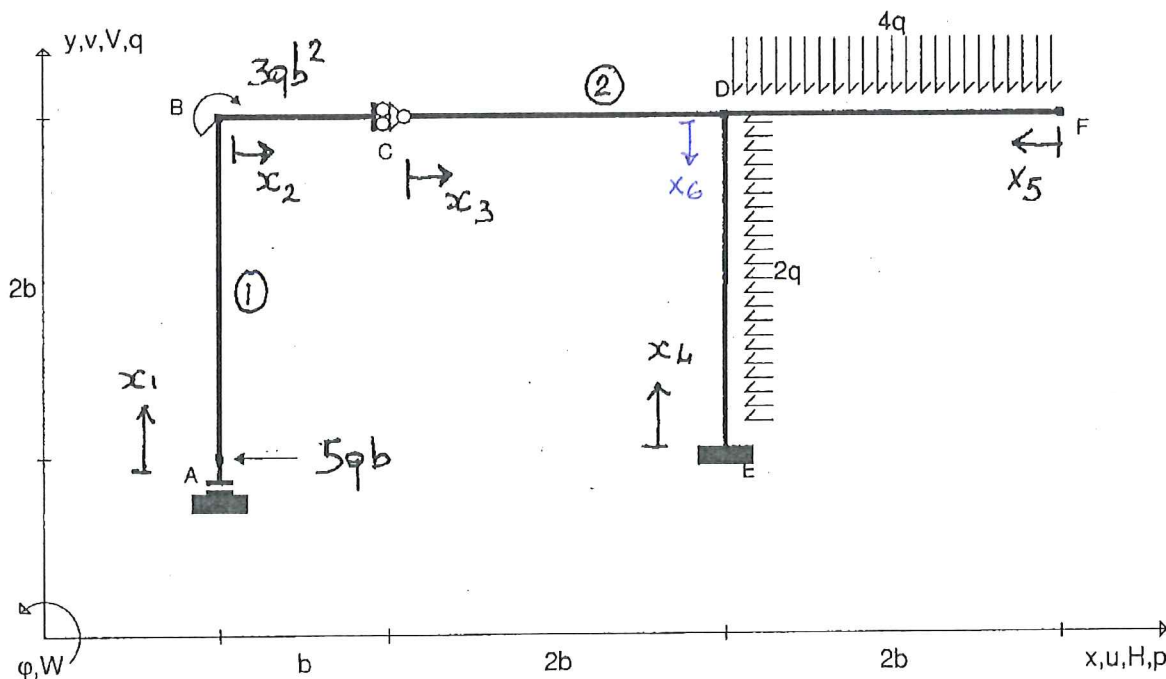
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 06.02.18\*001



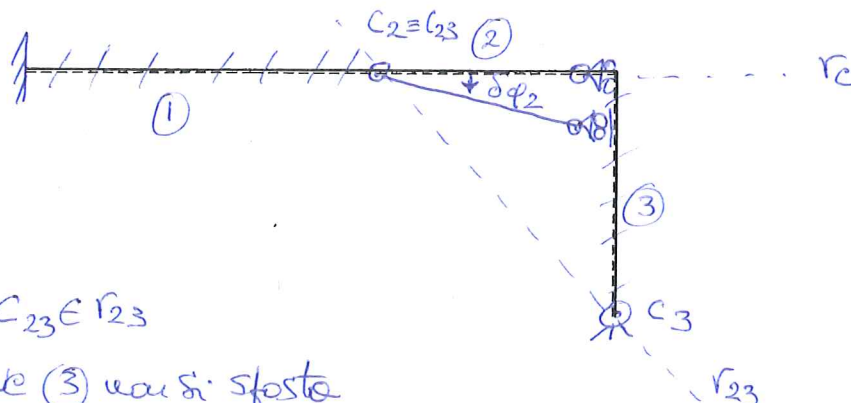
Eq. ausiliarie:  $R_y^{(1)} = 0$ ;  $M_{Z(C)}^{(1)} = 0$

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

- Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;

- Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_A(\varnothing) = +32qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (0, 0);$$

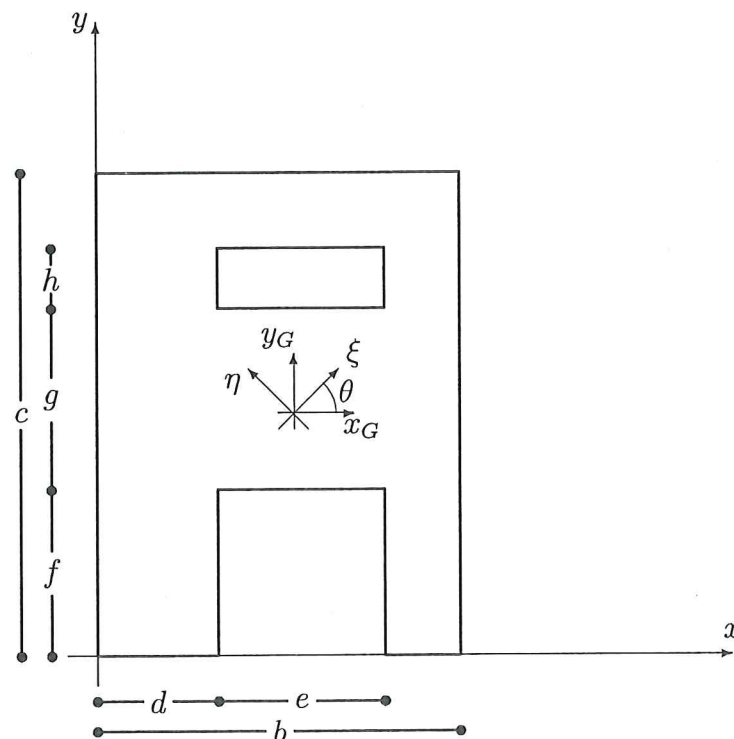
$$v_B = 368q; u_C = 0;$$

$$M_B(\varnothing \square \varnothing) = -8qb^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 4a$ ;  $d = a$ ;  $e = a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



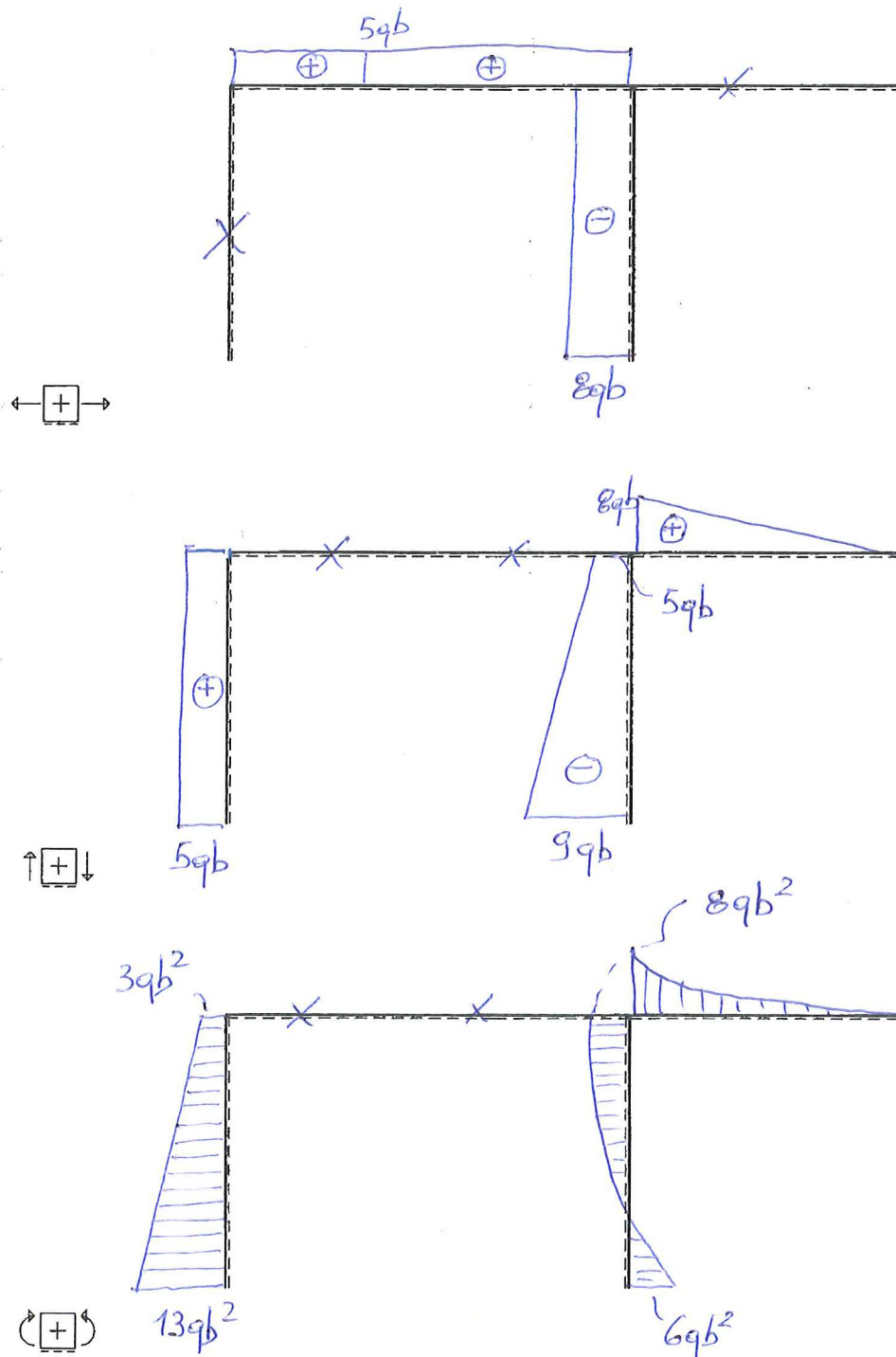
$$S_x = \frac{33}{2}a^3 = 16.50000a^3; S_y = \frac{27}{2}a^3 = 13.50000a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.50000a; y_G = \frac{11}{6}a = 1.83333a;$$

$$J_{xG} = \frac{51}{4}a^4 = 12.75000a^4; J_{yG} = \frac{35}{4}a^4 = 8.75000a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{51}{4}a^4 = 12.75000a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{35}{4}a^4 = 8.75000a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 0$ ;  $M_A (\curvearrowright) = 13qb^2$ ;  $H_E (\rightarrow) = 9qb$ ;  $V_E (\uparrow) = 8qb$ ;  $M_E (\curvearrowright) = -6qb^2$ ;

$N_{AB} = 0$ ;  $T_{AB} = 5qb$ ;  $M_{AB} = -13qb^2 + 5qbx_1$ ;

$N_{BC} = 5qb$ ;  $T_{BC} = 0$ ;  $M_{BC} = 0$ ;

$N_{CD} = 5qb$ ;  $T_{CD} = 0$ ;  $M_{CD} = 0$ ;

$N_{ED} = -8qb$ ;  $T_{ED} = \begin{cases} -9qb + 2qx_4 \\ -5qb - 2qx_6 \end{cases}$ ;  $M_{ED} = \begin{cases} -6qb^2 + 9qbx_4 - qx_4^2 \\ 8qb^2 - 5qbx_6 - qx_6^2 \end{cases}$ ;

$N_{FD} = 0$ ;  $T_{FD} = 4.9x_5$ ;  $M_{FD} = -2qx_5^2$ ;



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 06.02.2018

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

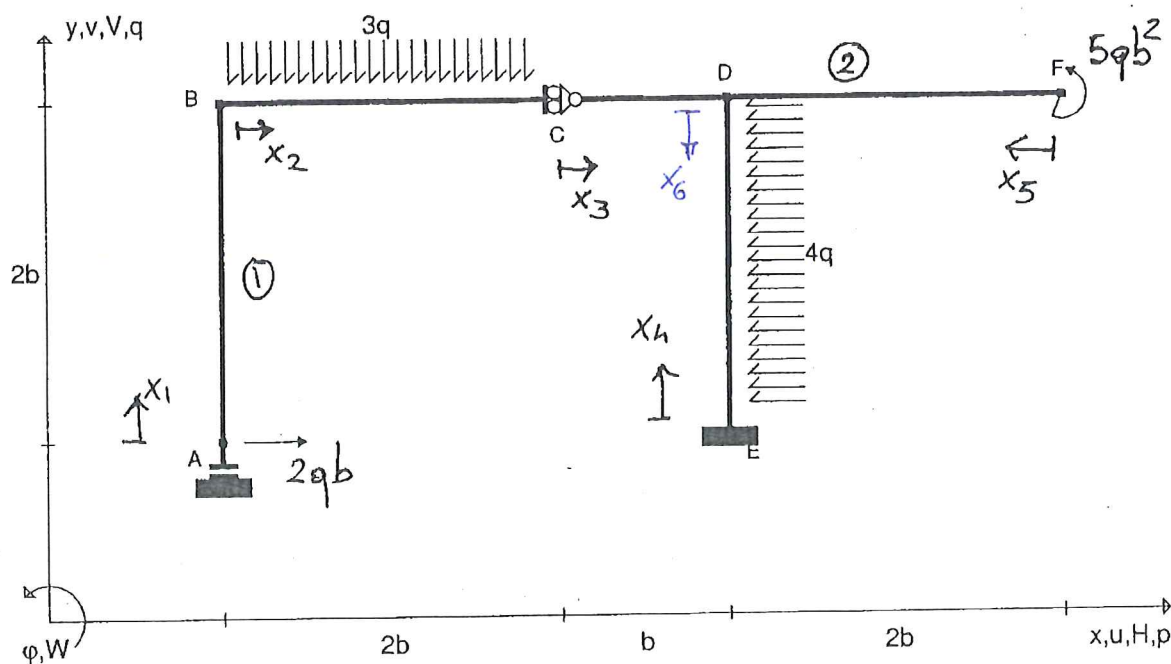
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 06.02:18\*002



Eq. ausiliarie:  $R_y^{(1)} = 0$  ;  $M_{Z(C)}^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .  
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

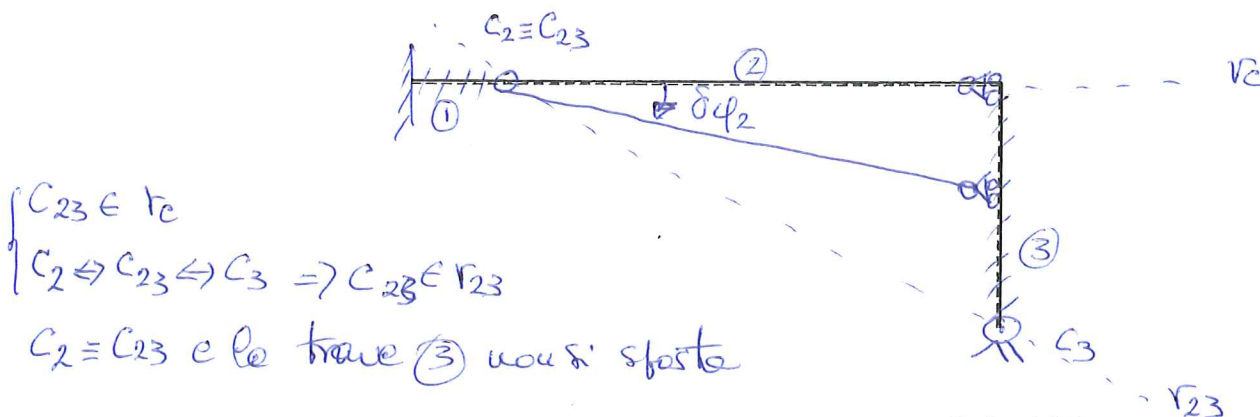
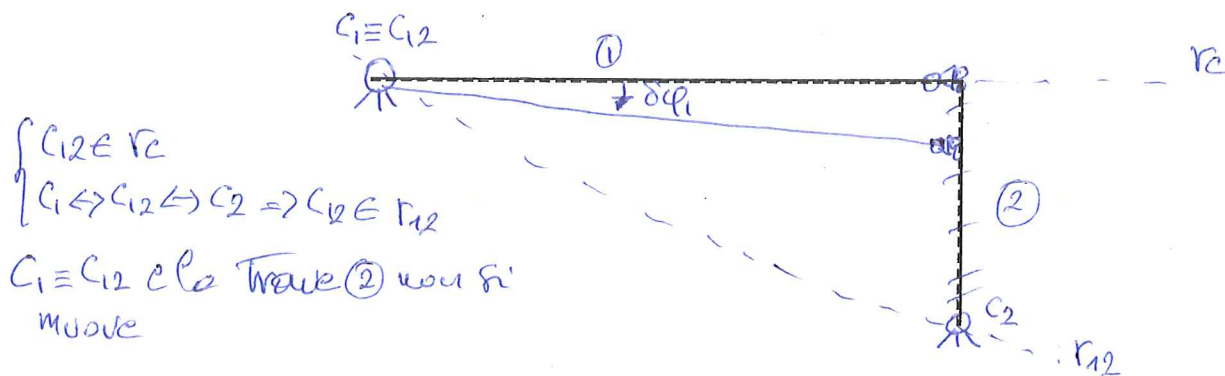
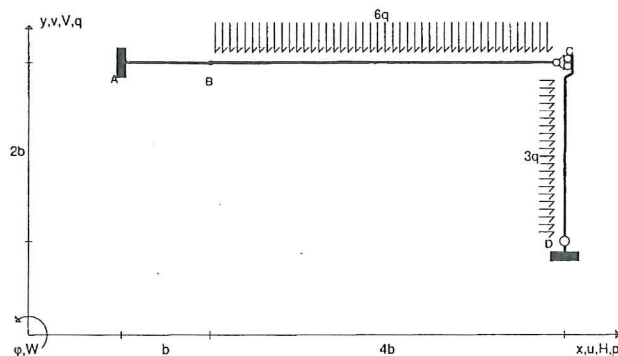
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

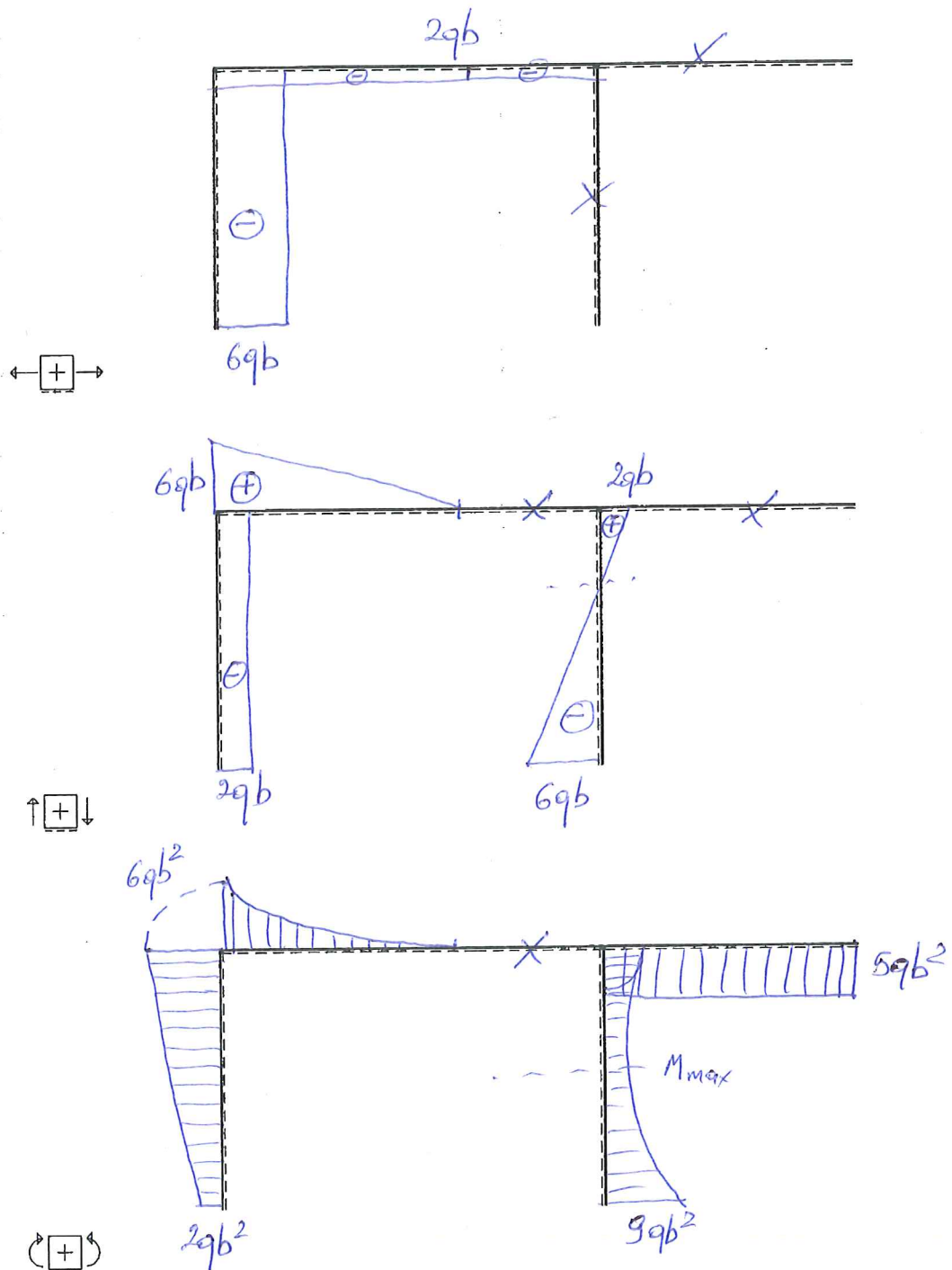
4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 06.02.18\*006





$V_A (\uparrow) = 6qb$	$M_A (\curvearrowright) = 2qb^2$	$H_E (\Rightarrow) = 6qb$	$V_E (\uparrow) = 0$	$M_E (\curvearrowright) = -9qb^2$
$N_{AB} = -6qb$	$T_{AB} = -2qb$	$M_{AB} = -2qb^2 - 2qbx_1$		
$N_{BC} = -2qb$	$T_{BC} = 6qb - 3qx_2$	$M_{BC} = -6qb^2 + 6qbx_2 - \frac{3}{2}qx_2^2$		
$N_{CD} = -2qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{ED} = 0$	$T_{ED} = \begin{cases} -6qb + 4qx_4 \\ +2qb - 4qx_6 \end{cases}$	$M_{ED} = \begin{cases} -9qb^2 + 6qbx_4 - 2qx_4^2 \\ -5qb^2 + 2qbx_6 - 2qx_6^2 \end{cases}$		
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 0$	$M_{FD} = +5qb^2$		

$$M_A(\hat{\varphi}) = +72qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (0, 0);$$

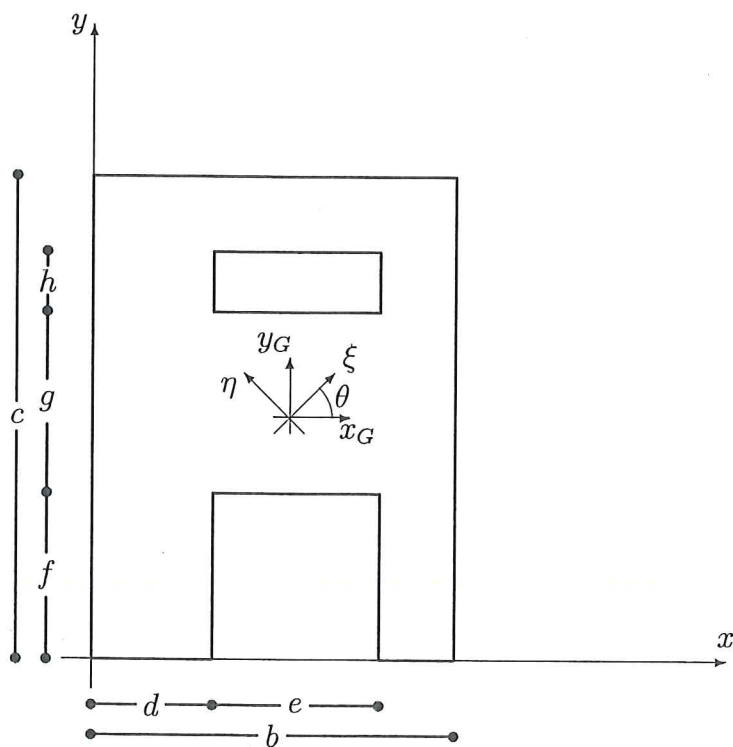
$$v_B = 68q; u_C = 0;$$

$$M_B(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -48qb^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 4a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = a$ ;  $e = 2a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 4a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



$$S_x = 26a^3; S_y = 24a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = \frac{13}{6}a = 2.1667a;$$

$$J_{xG} = \frac{83}{3}a^4 = 27.6667a^4; J_{yG} = 24a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{83}{3}a^4 = 27.6667a^4; J_\eta = J_{\min} = 24a^4;$$



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 06.02.2018

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

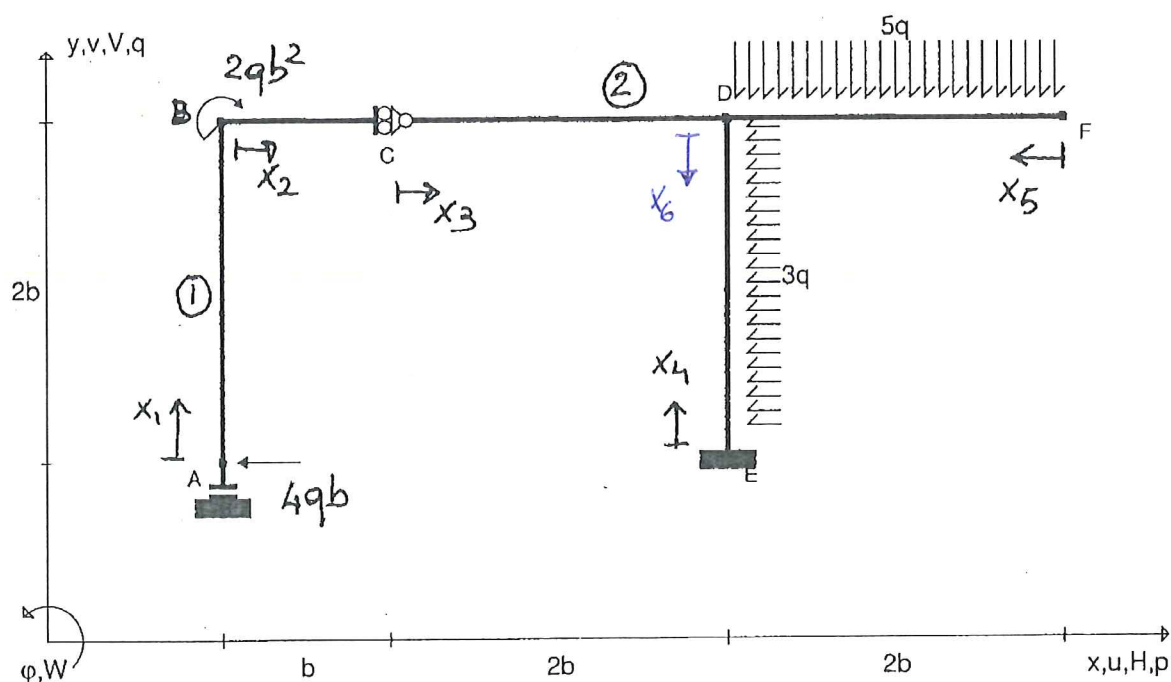
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 06.02.18\*003



Eq. ausiliarie:  $R_y^{\textcircled{1}} = 0$  ;  $M_{z(c)}^{\textcircled{1}} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

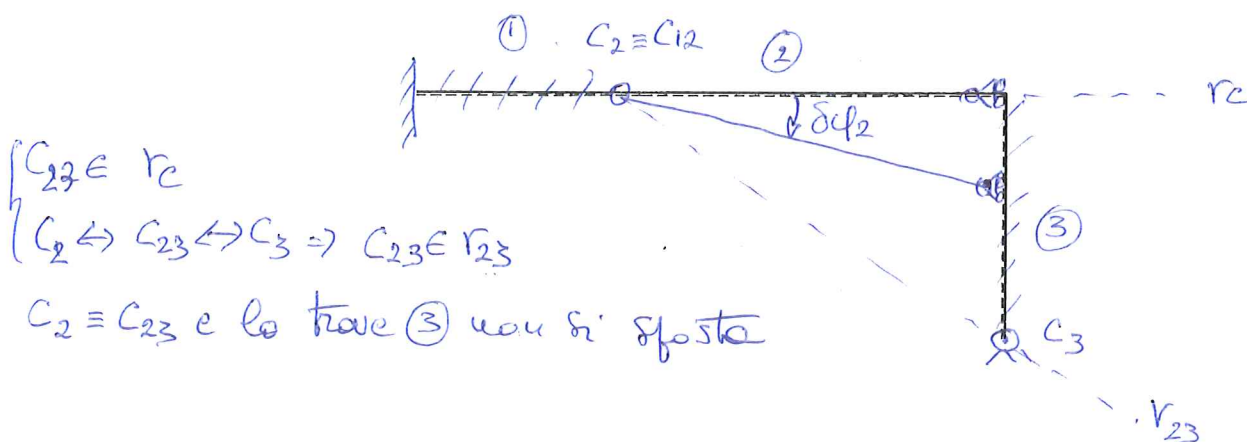
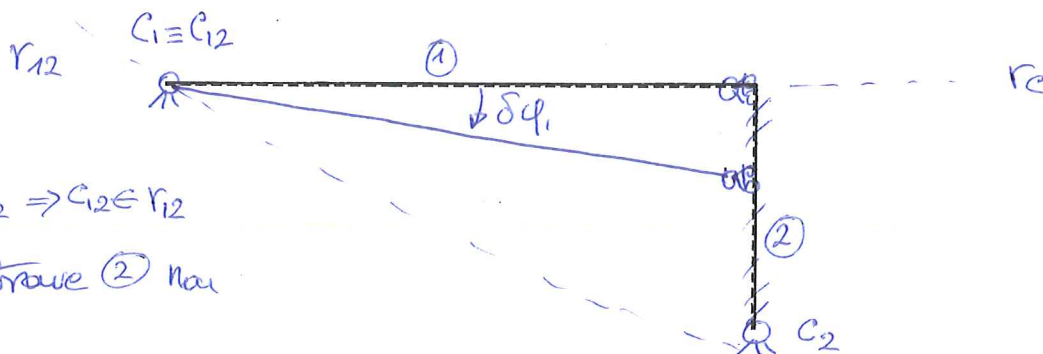
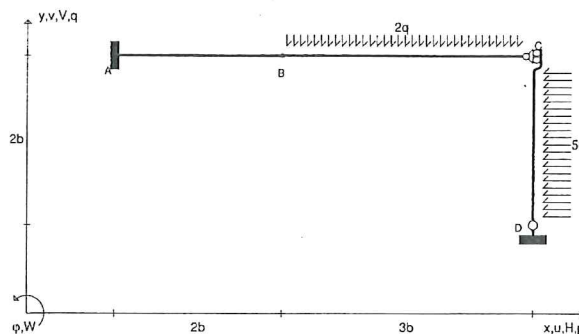
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

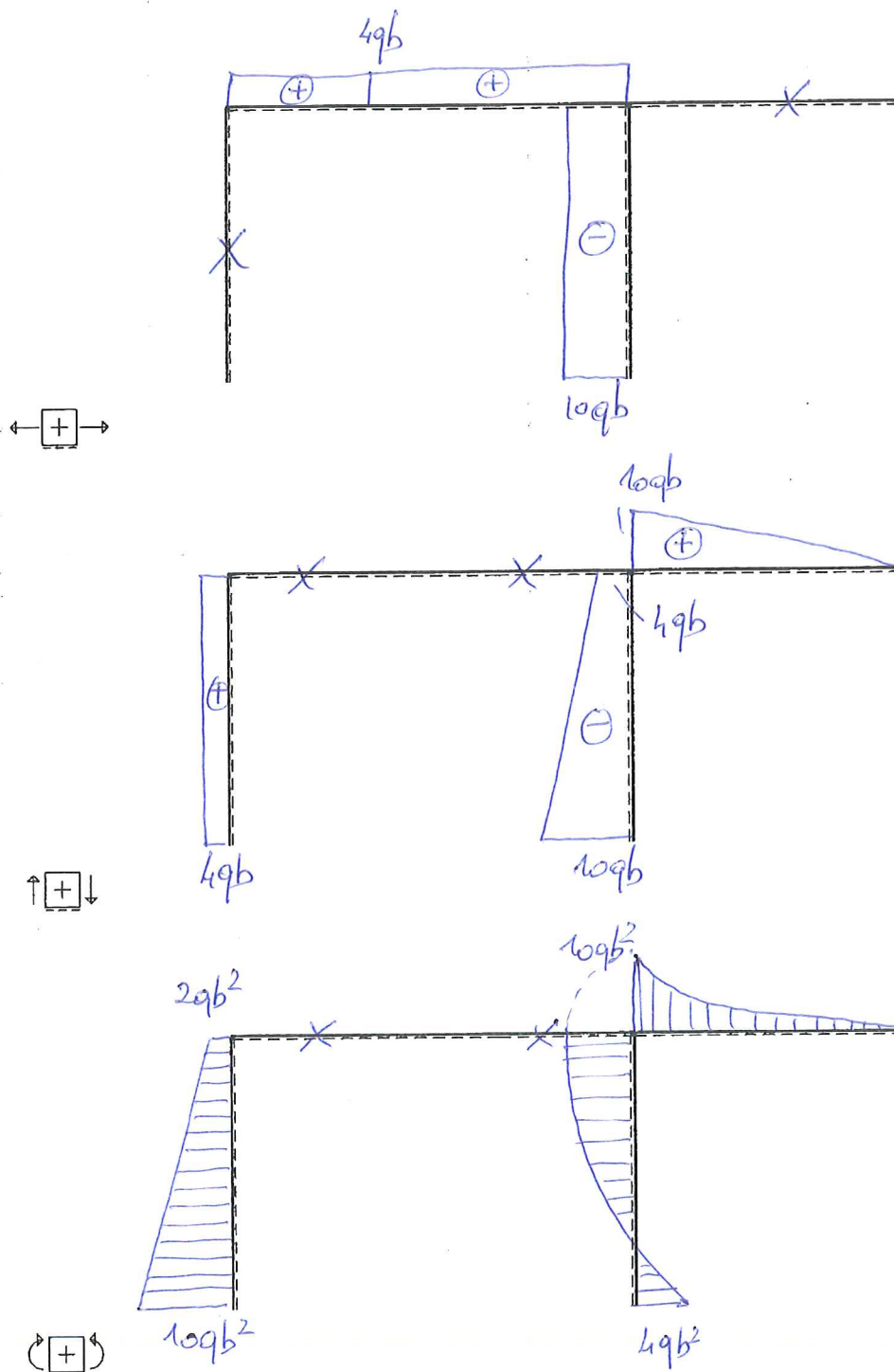
4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 06.02.18\*007





$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 0; M_A (\curvearrowright) = 10qb^2; H_E (\Rightarrow) = 10qb; V_E (\uparrow) = 10qb; M_E (\curvearrowright) = -4qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = 4qb; M_{AB} = -10qb^2 + 4qb^2; \\
 N_{BC} &= 4qb; T_{BC} = 0; M_{BC} = 0; \\
 N_{CD} &= 4qb; T_{CD} = 0; M_{CD} = 0; \\
 N_{ED} &= -10qb; T_{ED} = \begin{cases} -10qb + 3qx_4 \\ -4qb - 3qx_6 \end{cases}; M_{ED} = \begin{cases} -4qb^2 + 10qbx_4 - \frac{3}{2}qx_4^2 \\ +10qb^2 - 4qbx_6 - \frac{3}{2}qx_6^2 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; T_{FD} = 5qx_5; M_{FD} = -\frac{5}{2}qx_5^2;
 \end{aligned}$$

$$M_A(\curvearrowright) = +21.9b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (0, 0);$$

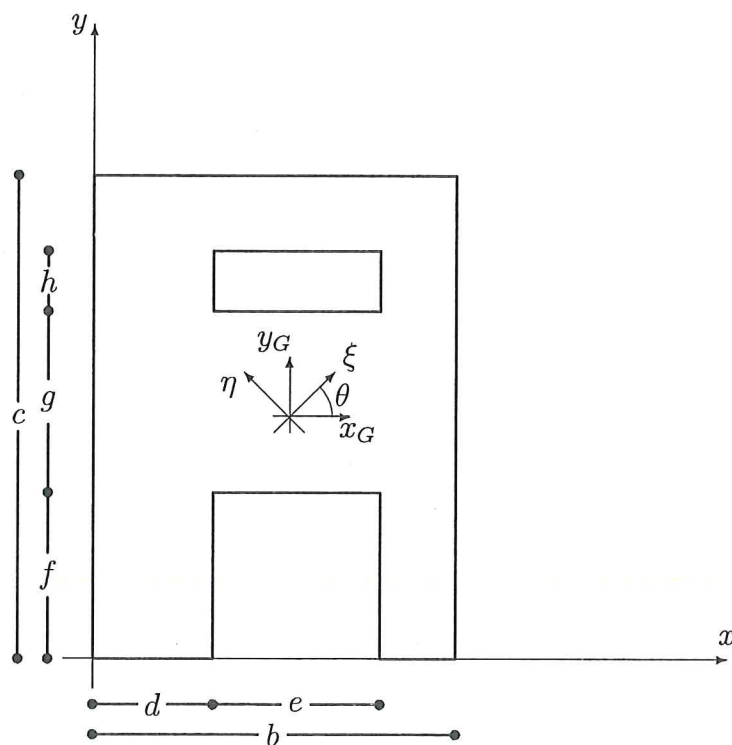
$$v_B = 2b\delta\varphi; u_C = 0;$$

$$M_B(\curvearrowright) = -9.9b^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 5a$ ;  $c = 6a$ ;  $d = a$ ;  $e = 3a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 5a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



$$S_x = \frac{75}{2}a^3 = 37.5000a^3; S_y = \frac{75}{2}a^3 = 37.5000a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2}a = 2.5000a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.5000a;$$

$$J_{xG} = \frac{205}{4}a^4 = 51.2500a^4; J_{yG} = \frac{205}{4}a^4 = 51.2500a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0/0 \text{ [indeterminato]};$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{205}{4}a^4 = 51.2500a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{205}{4}a^4 = 51.2500a^4;$$



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 06.02.2018

Parte I - Testo 4

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

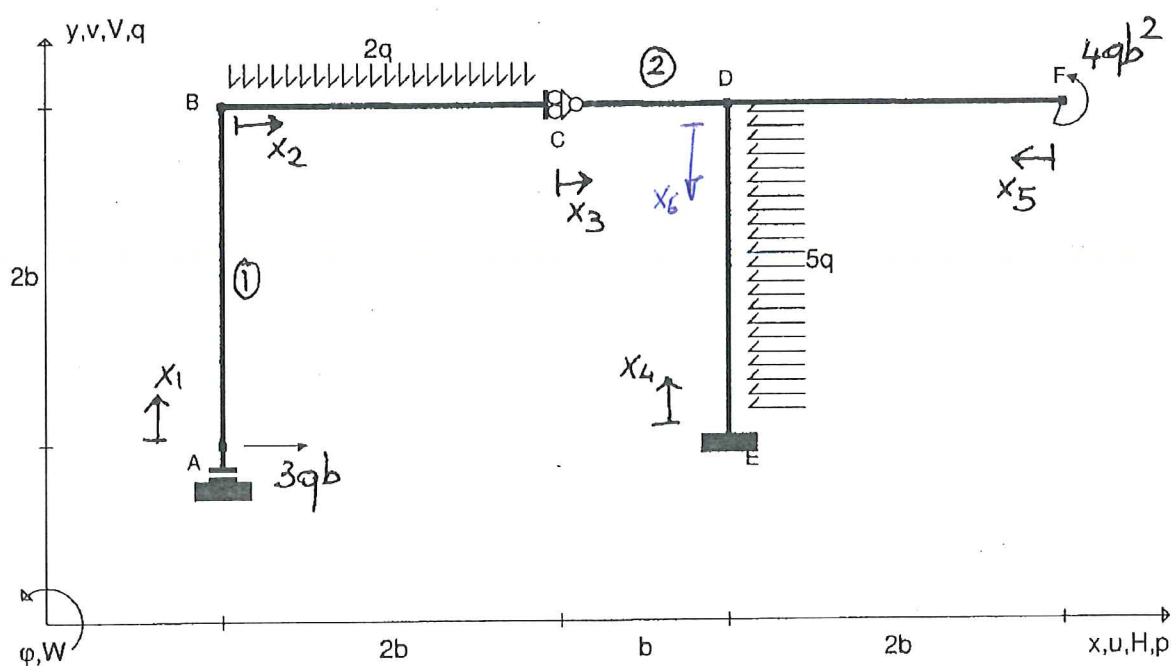
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 06.02.18\*004



Eq. ausiliarie:  $R_y^1 = 0$  ;  $M_{z(c)}^1 = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .  
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B,  $M_B$ .

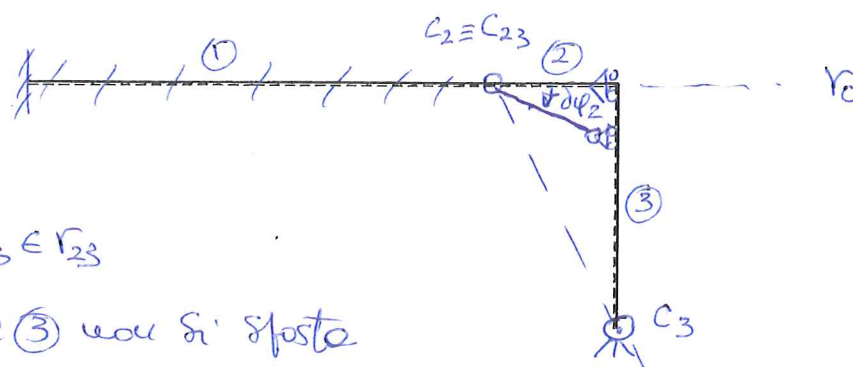
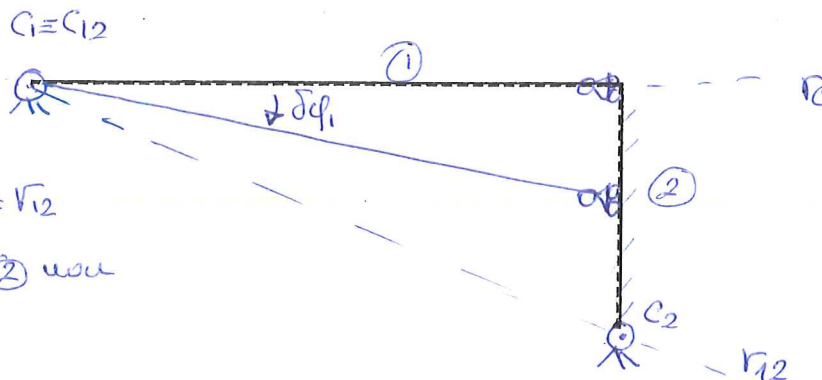
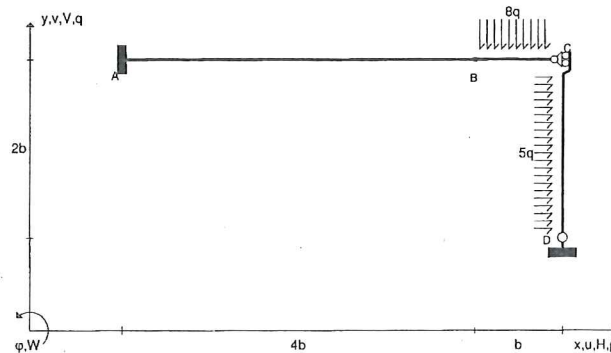
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

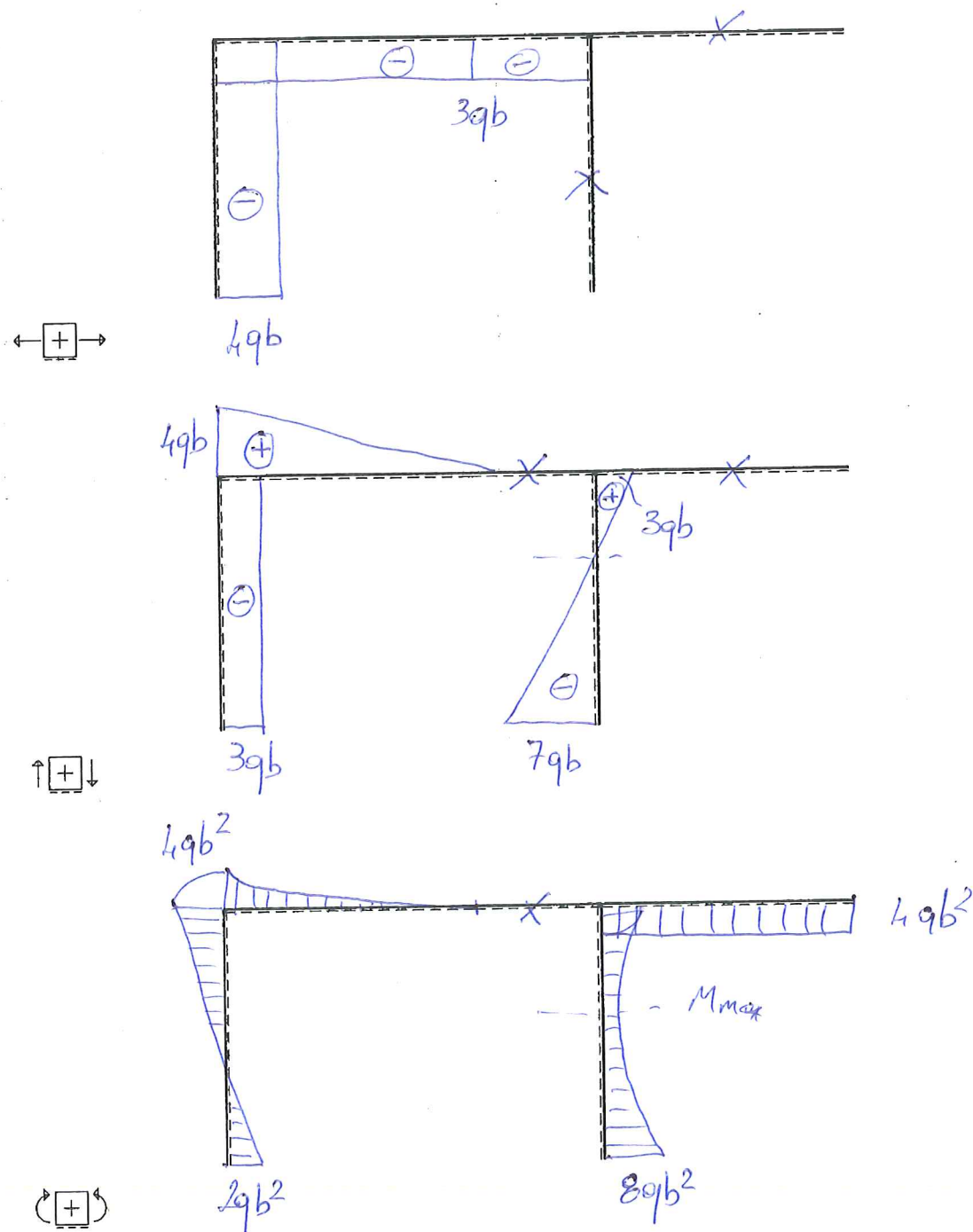
4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto C,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 06.02.18\*008





$V_A (\uparrow) = 4qb$	$M_A (\curvearrowright) = -2qb^2$	$H_E (\rightarrow) = 7qb$	$V_E (\uparrow) = 0$	$M_E (\curvearrowright) = -8qb^2$
$N_{AB} = -4qb$	$T_{AB} = -3qb$	$M_{AB} = 2qb^2 - 3qbx_1$		
$N_{BC} = -3qb$	$T_{BC} = 4qb - 2qx_2$	$M_{BC} = -4qb^2 + 4qbx_2 - qx_2^2$		
$N_{CD} = -3qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{ED} = 0$	$T_{ED} = \begin{cases} -7qb + 5qx_4 \\ 3qb - 5qx_6 \end{cases}$	$M_{ED} = \begin{cases} -8qb^2 + 7qbx_4 - \frac{5}{2}qx_4^2 \\ -4qb^2 + 3qbx_6 - \frac{5}{2}qx_6^2 \end{cases}$		
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 0$	$M_{FD} = +4qb^2$		

$$M_A(\hat{\varphi}) = +36ab^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, -2b); C_{12} = (0, 0);$$

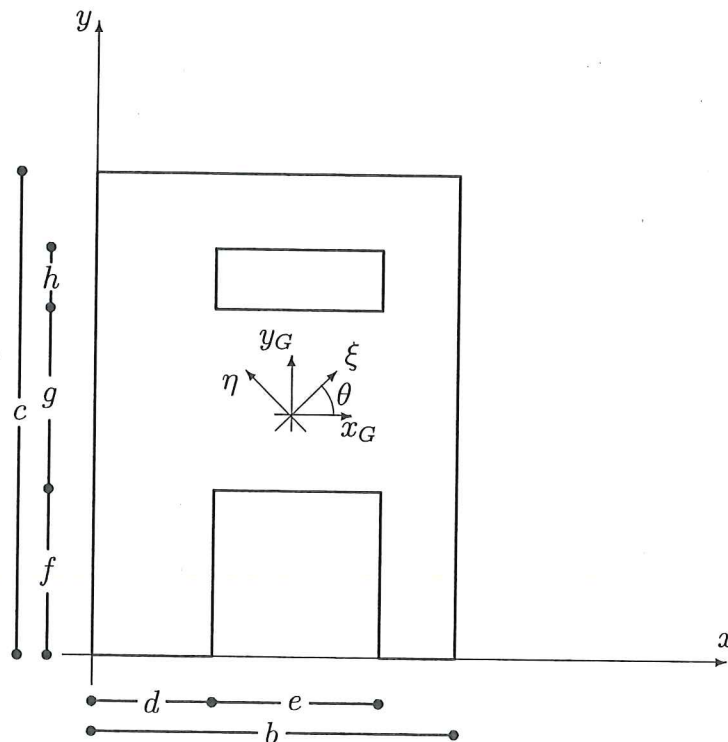
$$v_B = 4b\delta\varphi; u_C = 0;$$

$$M_B(\hat{\varphi}) = -4ab^2; v_B = 0; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 5a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = a$ ;  $e = 3a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = 4a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



$$S_x = \frac{53}{2}a^3 = 26,50000a^3; S_y = \frac{65}{2}a^3 = 32,50000a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2}a = 2,50000a; y_G = \frac{53}{26}a = 2,03846a;$$

$$J_{xG} = \frac{4729}{156}a^4 = 30,31410a^4; J_{yG} = \frac{517}{12}a^4 = 43,08333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 90^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{517}{12}a^4 = 43,08333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{4729}{156}a^4 = 30,31410a^4;$$